

## PEMODELAN TINGKAT INFLASI INDONESIA MENGGUNAKAN *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSKEDASTICITY*

Omy Wahyudi<sup>1</sup>, Budi Warsito<sup>2</sup>, Alan Prahutama<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Jurusan Statistika FSM UNDIP

<sup>2,3</sup>Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

### ABSTRACT

The financial sector often under conditions of fluctuating due to changes in monetary policy, the political instability even just a rumor. The linear model cannot capture changes in these conditions, so the model used is Markov Switching Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (SWARCH). This model produces value of transition probability and the duration of each state. Filtering and smoothing process performed to determine probability of the observation data in each state. Modeling about the inflation data in Indonesia was done. The model used is SWARCH (2.1) with 240 data. The probability of inflation rate switch from non crisis state to crisis state is 0.016621, while the probability of inflation rate switch from crisis state to non crisis state is 0.195719. Expectation value of the length time in non crisis state is 60.16 days and the crisis state is 5.11 days.

**Keywords :** filtering, smoothing, transition probability, SWARCH

### 1. PENDAHULUAN

Inflasi merupakan salah satu indikator penting dalam menganalisis perekonomian sebuah negara. Perkembangan tingkat inflasi yang positif membawa dampak yang baik terhadap para pengusaha atau investor karena menambah gairah untuk meningkatkan produksinya. Akan tetapi bagi para konsumen membawa dampak yang tidak baik karena melemahnya daya beli masyarakat. Inflasi yang merupakan variabel makro ekonomi semestinya mendapatkan perhatian dari pemerintah dalam hal menjaga tingkat kestabilannya.

Kestabilan nilai rupiah yang bersifat ke dalam tercermin dari tingkat inflasi dan yang bersifat keluar tercermin dari nilai tukar yang terjadi. Tingkat inflasi tercermin dari naiknya harga barang-barang secara umum yang bersifat terus-menerus dalam periode tertentu. Tingkat inflasi dapat dikendalikan dengan menetapkan target inflasi. Target inflasi merupakan kebijakan dengan mengumumkan kepada publik mengenai target inflasi jangka menengah. Hal ini sangat bergantung pada peramalan yang tepat dan menuntut nilai tukar yang menganut sistem terbuka (Masyhuri, 2008).

Dalam menganalisis perilaku data runtun waktu inflasi, peneliti seringkali menemukan bahwa kemampuan peramalan berubah-ubah. Misalnya, pada suatu periode peramalan mengalami kesalahan yang kecil tetapi di waktu lain mengalami kesalahan yang cukup besar. Hal ini disebabkan oleh kenyataan bahwa

volatilitas di dalam sektor finansial sangat sensitif terhadap perubahan-perubahan kebijakan moneter, ketidakstabilan politik bahkan yang sifatnya sekedar rumor. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa varian tidak konstan. Varian dari residual bukan hanya fungsi dari variabel independen tetapi selalu berubah-ubah, tergantung seberapa besar residual di masa lalu (Widarjono, 2002).

Engle (1982) memperkenalkan model *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH) untuk memodelkan variansi residual dari inflasi di Inggris dalam periode 1958-II sampai 1977-II. Hasilnya menunjukkan bahwa model ARCH mampu memperbaiki hasil dari metode kuadrat terkecil dan memperoleh prediksi varian yang lebih realistis. Akan tetapi model ARCH tidak mampu menjelaskan perubahan struktural pada data. Hamilton (1989) memperkenalkan model *Markov Switching* dalam proses *Autoregressive* untuk menjelaskan perubahan struktural pada data. Kemudian Hamilton dan Susmel (1994) mengembangkan model *Markov Switching Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (SWARCH) yang merupakan kombinasi dari model *Markov Switching* dengan *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. Model SWARCH mampu menjelaskan perubahan struktural dalam proses ARCH, yaitu pergeseran volatilitas dari satu *state* ke *state* lain dalam model ARCH. Menurut Tsay (2002), dengan memodelkan volatilitas dalam runtun waktu dapat menghasilkan efisiensi di dalam estimasi parameter dan keakuratan pada interval ramalan.

Tulisan ini membahas pemodelan SWARCH dengan dua *state* / keadaan, yaitu keadaan krisis dan tidak krisis. Pemodelan tersebut diterapkan pada data tingkat inflasi Indonesia mulai Januari 1994 sampai Desember 2013.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

Model SWARCH adalah model ARCH yang melibatkan perubahan antar *state*. Proses SWARCH *state* K order m dituliskan sebagai SWARCH(K,m). Menurut Hamilton dan Susmel (1994), model SWARCH dapat dituliskan sebagai berikut :

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t$$

$$u_t = \sqrt{g_{s_t}} \cdot \tilde{u}_t$$

$$\tilde{u}_t = h_t \cdot v_t$$

$$h_t^2 = a_0 + a_1 \tilde{u}_{t-1}^2 + a_2 \tilde{u}_{t-2}^2 + \dots + a_p \tilde{u}_{t-p}^2$$

dengan :

$s_t$  : *state* ke-t

$g_{s_t}$  : gradient yaitu garis perbandingan antar *state*

Karakteristik dari rantai markov adalah bahwa nilai sekarang dipengaruhi oleh nilai di masa lalu. Peluang *state*  $s_t$  akan bernilai  $j$  jika diketahui  $i$  sebagai nilai pada saat  $s_{t-1}$  dinotasikan sebagai berikut (Hamilton dan Susmel, 1994):

$$P[s_t = j | s_{t-1} = i] = p_{ij}$$

dengan  $\sum_{j=1}^k p_{ij} = 1, \forall i, j \in \{1, 2, \dots, k\}$  dan  $p_{ij}$  merupakan peluang transisi atau besarnya kemungkinan perpindahan dari *state*  $i$  ke *state*  $j$  dalam periode  $t$ . Kemudian nilai-nilai peluang transisi tersebut dituliskan ke dalam matriks peluang transisi  $\mathbf{P}(k \times k)$  sebagai berikut (Hamilton dan Susmel, 1994):

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{k1} \\ p_{12} & p_{22} & \dots & p_{k2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ p_{1k} & p_{2k} & \dots & p_{kk} \end{bmatrix}$$

Fungsi dari probabilitas transisi dituliskan dengan persamaan berikut :

$$p_{ij} = \frac{\theta_{ij}^2}{1 + \theta_{ij}^2}$$

Ekspektasi dari durasi *state*  $j$  dapat dituliskan sebagai berikut :

$$E(D) = \frac{1}{1 - P_{jj}}$$

Menurut Hamilton (1994) parameter model SWARCH diestimasi dengan menggunakan algoritma *Expectation Maximization* (EM) atau kemungkinan maksimum. Algoritma EM merupakan teknik iterasi estimasi maksimum likelihood untuk model dengan data pengamatan runtun waktu yang bergantung pada peubah stokastik yang tidak dapat diamati secara langsung. Setiap iterasi dari algoritma EM terdiri dari dua langkah, yaitu langkah ekspektasi (E) dan maksimalisasi (M). Langkah-langkah algoritma EM sebagai berikut :

1. Menentukan kondisi awal  $\theta_0$ .
2. Langkah Ekspektasi  
Proses ekspektasi bertujuan untuk menghitung nilai kemungkinan estimasi  $\theta_0$ .
3. Langkah Maksimalisasi  
Proses maksimalisasi bertujuan untuk menghitung nilai maksimal dari kemungkinan pada langkah ekspektasi.
4. Mengiterasi langkah 2 dan 3 hingga konvergen  
Algoritma EM akan berhenti ketika  $\theta_{m+1} = \theta_m$ , artinya bahwa estimasi maksimum telah diperoleh.

Fungsi densitas bersyarat  $y_t$  adalah :

$$f(y_t | s_t, s_{t+1}, \Omega_{t-1}; \theta) = \frac{1}{\sigma_{s_t} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \frac{((y_t - \mu_{s_t}) - \phi_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}))^2}{2\sigma_{s_t}^2} \right\}$$

dengan :

$\Omega_{t-1}$  : populasi data pengamatan

$\theta$  : parameter model

Fungsi densitas  $y_t$  bergantung pada nilai  $s_t$  dan  $s_{t-1}$ , sedangkan kedua nilai tersebut merupakan *unobserved variable*, nilainya tidak diketahui secara langsung melainkan diketahui berdasarkan karakteristik data pengamatan. Maka langkah

pertama yang dilakukan adalah membentuk fungsi densitas bersama dari  $y_t$ ,  $s_t$  dan  $s_{t-1}$  sebagai berikut :

$$f(y_t, s_t, s_{t-1} | \Omega_{t-1}; \theta) = f(y_t | s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta) \times P(s_t, s_{t-1} | \Omega_{t-1}; \theta)$$

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai peluang suatu *state* pada saat  $t$  berdasarkan informasi data pengamatan hingga saat  $t-1$  yang dituliskan dengan :

$$P(s_t = j, s_{t-1} = i | \Omega_{t-1}) = P(s_t = j | s_{t-1} = i) \times P(s_{t-1} = i | \Omega_{t-1})$$

Fungsi densitas  $y_t$  diperoleh dengan menghitung kemudian menjumlahkan fungsi densitas bersama untuk setiap kemungkinan nilai  $s_t$  dan  $s_{t-1}$  sebagai berikut :

$$\begin{aligned} f(y_t | s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta) &= \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M f(y_t, s_t = j, s_{t-1} = i | \Omega_{t-1}; \theta) \\ &= \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M f(y_t | s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta) \times P(s_t = j, s_{t-1} = i | \Omega_{t-1}; \theta) \end{aligned}$$

### Probabilitas Filtering

Proses filtering dijalankan untuk mendapatkan peluang nilai suatu *state* pada saat  $t$  berdasarkan data pengamatan dari awal sampai saat  $t$ . Proses ini dijalankan secara iteratif dari  $t=1, 2, \dots, T$ . Hasil dari proses filtering adalah nilai *filtered probabilities* yang dinotasikan dengan  $P(s_t = j | \Omega_t; \theta)$ . Berikut adalah persamaan yang dituliskan oleh Kim dan Nelson (1999) untuk proses filtering :

$$P(s_t = j, s_{t-1} = i | \Omega_t; \theta) = \frac{f(y_t | s_t=j, s_{t-1}=i, \Omega_{t-1}; \theta) \times P(s_t=j, s_{t-1}=i | \Omega_{t-1}; \theta)}{\sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M f(y_t | s_t=j, s_{t-1}=i, \Omega_{t-1}; \theta) \times P(s_t=j, s_{t-1}=i | \Omega_{t-1}; \theta)}$$

Sehingga nilai *filtered probabilities* suatu *state* dapat dihitung dengan

$$P(s_t = j | \Omega_t; \theta) = \sum_{i=1}^M P(s_t = j, s_{t-1} = i | \Omega_t; \theta) \text{ untuk } i, j = 1, 2$$

Nilai yang digunakan untuk proses filtering pada saat  $t=1$  adalah

$$P(s_1 = 1 | \Omega_1) = \frac{1 - p_{22}}{2 - p_{22} - p_{11}}$$

$$P(s_1 = 2 | \Omega_1) = \frac{1 - p_{11}}{2 - p_{22} - p_{11}}$$

### Probabilitas Smoothing

Proses smoothing dijalankan untuk mendapatkan peluang nilai suatu *state* pada saat  $t$  berdasarkan informasi dari seluruh data pengamatan. Proses ini dijalankan secara iteratif dari  $t=T-1, T-2, \dots, 1$ . Hasil dari proses smoothing adalah nilai *smoothed probabilities* yang dinotasikan dengan  $P(s_t = j | \Omega_T; \theta)$ . Berikut adalah persamaan yang dituliskan oleh Kim dan Nelson (1999) untuk proses smoothing :

$$P(s_t = j, s_{t+1} = k | \Omega_T; \theta) = \frac{P(s_{t+1}=k | \Omega_T; \theta) \times P(s_t=j | \Omega_t; \theta) \times P(s_{t+1}=k | s_t=j, \Omega_t; \theta)}{P(s_{t+1}=k | \Omega_t; \theta)}$$

Jika persamaan di atas dihitung untuk setiap kemungkinan nilai  $k$ , maka dapat dihitung besarnya peluang  $s_t$  bernilai  $j$  berdasarkan pengamatan hingga  $t=T$  sebagai berikut:

$$P(s_t = j | \Omega_T; \theta) = \sum_{k=1}^M P(s_t = j, s_{t+1} = k | \Omega_T; \theta) \text{ untuk } j, k = 1, 2$$

### 3. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan pada tulisan ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Bank Indonesia. Data tersebut berupa tingkat inflasi bulanan Indonesia mulai bulan Januari 1994 hingga Desember 2013, yaitu sebanyak 240 data. Adapun langkah-langkah analisis yang dilakukan untuk mendapatkan model SWARCH adalah sebagai berikut :

1. Menguji stasioneritas data.  
Tahapan ini dilakukan dengan membuat plot data time series kemudian melakukan *unit root test*. Apabila data tidak stasioner dilakukan differensi terhadap data dan menguji kestasioneritasnya kembali.
2. Membentuk model AR.  
Tahapan ini dilakukan dengan mengidentifikasi model berdasarkan plot PACF dari data kemudian mengestimasi parameter model AR. Selanjutnya melakukan uji signifikansi parameter terhadap parameter model AR.
3. Mengidentifikasi efek heteroskedastisitas.  
Tahapan ini dilakukan dengan uji Ljung-Box. Apabila tidak terdapat efek heteroskedastisitas maka proses analisis data dihentikan. Akan tetapi jika terdapat efek heteroskedastisitas maka harus dibentuk model ARCH.
4. Membentuk model ARCH.  
Tahapan ini dilakukan dengan mengidentifikasi model berdasarkan plot PACF dari kuadrat residual kemudian mengestimasi parameter model ARCH. Selanjutnya melakukan uji signifikansi parameter terhadap parameter model ARCH.
5. Membentuk model SWARCH dengan bantuan GaussLight.  
Tahapan ini dilakukan dengan mengestimasi parameter model SWARCH berdasarkan jumlah *state* / keadaan dan orde ARCH. Algoritma EM digunakan untuk mengestimasi parameter model SWARCH, gradient dan membentuk matriks peluang transisi. Berdasarkan nilai dari peluang transisi dilakukan perhitungan untuk memperoleh durasi suatu *state* dan nilai *filtered and smoothed probabilities*.

### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

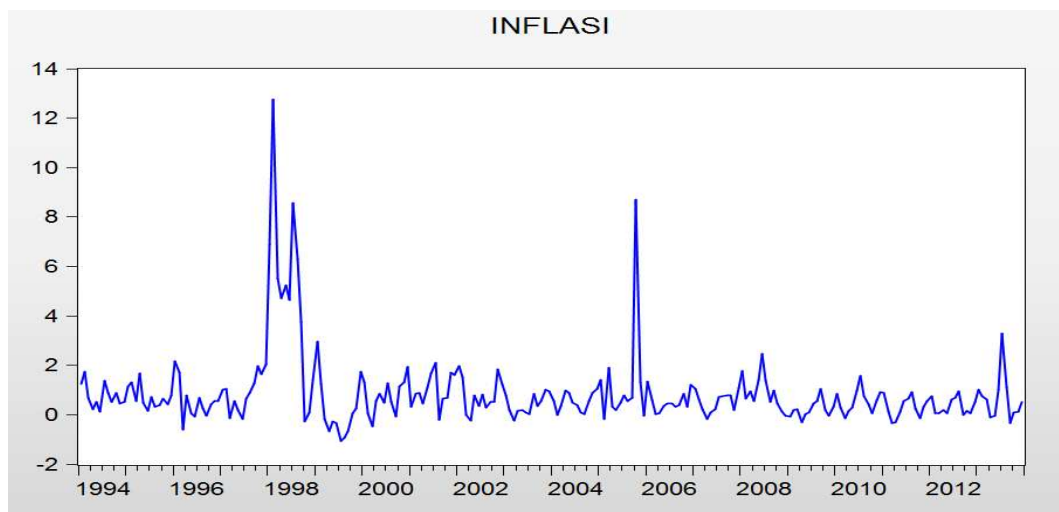
Deskripsi Data Inflasi Indonesia

Mean	0,852250
Median	0,550000
Maximum	12,76000
Minimum	-1,050000
Std. Dev.	1,473801

Skewness	4,326126
Kurtosis	27,72105
Jarque-Bera	6859,915
Probability	0,00000
Sum	204,5400
Sum Sq. Dev.	519,1294
Observations	240

Statistika deskriptif digunakan untuk menyajikan data dalam bentuk yang lebih mudah dipahami. Berdasarkan tabel di atas dapat diketahui bahwa dari 240 data inflasi diperoleh tingkat inflasi tertinggi adalah 12,76%, tingkat inflasi terendah adalah -1,05% dan rata-rata tingkat inflasi adalah 0,85225%.

Pendeteksian stasioneritas secara visual dapat dilakukan dengan membentuk plot runtun waktu dan mengamati fluktuasi dari waktu ke waktu, sedangkan secara statistik stasioneritas dapat diketahui menggunakan *unit root test*. Berikut tampilan plot runtun waktu inflasi :



Gambar 1. Plot Runtun Waktu Inflasi

Statistik uji yang dapat digunakan adalah sebagai berikut :

Hipotesis :  $H_0 : \phi = 1$  (data tidak stasioner)

$H_1 : \phi < 1$  (data stasioner)

Taraf signifikansi :  $\alpha = 5\%$

Statistik uji : Probabilitas = 0,00000

Kriteria uji :  $H_0$  ditolak jika nilai Probabilitas  $< \alpha$

Kesimpulan :  $H_0$  ditolak karena nilai probabilitas (0,0000)  $< \alpha$  (0,05).

Sehingga diperoleh hasil bahwa data stasioner.

Berdasarkan plot PACF dari data, kemungkinan model yang cocok untuk memodelkan data adalah AR(1). Model yang terbentuk adalah sebagai berikut :

$$y_t = 0,845435 + 0,627738 y_{t-1} + a_t$$

Untuk mengetahui terjadinya efek heteroskedastisitas digunakan uji variansi residual. Uji variansi residual dapat dilakukan sebagai berikut:

Hipotesis :  $H_0$  : varian dari residual konstan

$H_1$  : varian dari residual tidak konstan

Taraf Signifikansi :  $\alpha = 5\%$

Statistik uji : Prob = 0,0000

Kriteria uji :  $H_0$  ditolak jika Probabilitas  $< \alpha$

Kesimpulan :  $H_0$  ditolak karena Probabilitas (0,0000)  $< \alpha$  (0,05).  
Jadi, varian dari residual tidak konstan. Hal ini menunjukkan adanya efek heteroskedastisitas.

Berdasarkan plot PACF dari kuadrat residual, kemungkinan model yang cocok untuk memodelkan data adalah ARCH(1). Modelnya sebagai berikut :

$$y_t = 0,470334 + 0,278390 y_{t-1} + a_t \text{ ; dengan } a_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,606357 + 0,752302 a_{t-1}^2$$

Berdasarkan hasil pengolahan data menggunakan algoritma EM diperoleh model SWARCH(2,1) sebagai berikut :

$$y_t = 0,3387 + 0,3678 y_{t-1} + u_t$$

$$u_t = \sqrt{g_{s_t}} \cdot \tilde{u}_t$$

$$\tilde{u}_t = h_t \cdot v_t$$

$$h_t^2 = 0,2071 + 0,3355 \tilde{u}_{t-1}^2$$

$$g_1 = 1; \quad g_2 = 51,8940$$

Gradient merupakan garis perbandingan antar *state*. Nilai dari gradient menunjukkan varian pada *state* 2 bernilai lima puluh satu kali lebih besar daripada *state* 1.

Berikut ini merupakan hasil matriks probabilitas transisinya :

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9834 & 0,0166 \\ 0,1958 & 0,8042 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan rumus perhitungan durasi suatu *state* E(D) diperoleh hasil durasi *state* 1 ( keadaan tidak krisis) adalah 60,24 hari dan durasi *state* 2 ( keadaan krisis) adalah 5,11 hari.

## 5. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis yang dilakukan dapat diambil kesimpulan bahwa :

1. Dari proses pembentukan model AR diperoleh model AR(1) dengan parameter yang signifikan. Modelnya dinotasikan sebagai berikut :
$$y_t = 0,845435 + 0,627738 y_{t-1} + a_t$$
2. Dari proses pembentukan model ARCH diperoleh model ARCH(1) dengan parameter yang signifikan. Modelnya dinotasikan sebagai berikut :
$$y_t = 0,470334 + 0,278390 y_{t-1} + a_t ; \text{ dengan } a_t = \sigma_t \epsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = 0,606357 + 0,752302 a_{t-1}^2$$
3. Model SWARCH(2,1) yang terbentuk dinotasikan sebagai berikut :
$$y_t = 0,3387 + 0,3678 y_{t-1} + u_t$$
$$u_t = \sqrt{g_{st}} \cdot \tilde{u}_t$$
$$\tilde{u}_t = h_t \cdot v_t$$
$$h_t^2 = 0,2071 + 0,3355 \tilde{u}_{t-1}^2$$
$$g_1 = 1; \quad g_2 = 51,8940$$
4. Berdasarkan matriks probabilitas transisi diperoleh informasi yaitu jika saat t-1 inflasi pada keadaan tidak krisis maka peluang inflasi pada saat t mengalami keadaan tidak krisis adalah  $p_{11} = 0,9834$ . Jika saat t-1 inflasi pada keadaan tidak krisis maka peluang inflasi pada saat t mengalami keadaan krisis adalah  $p_{12} = 0,0166$ . Jika saat t-1 inflasi pada keadaan krisis maka peluang inflasi pada saat t mengalami keadaan krisis adalah  $p_{22} = 0,8042$ . Jika saat t-1 inflasi pada keadaan krisis maka inflasi pada saat t mengalami keadaan tidak krisis adalah  $p_{21} = 0,1958$ .
5. Dari nilai peluang transisi dapat diketahui durasi tingkat inflasi mengalami keadaan tidak krisis adalah 60,24 hari dan durasi tingkat inflasi mengalami keadaan krisis adalah 5,11 hari.

## 6. DAFTAR PUSTAKA

- Engle, R.F. 1982. *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*. *Econometrica*, Vol.50, No.4, 987-1007.
- Hamilton, J.D. 1989. *A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle*. *Journal of Econometrics*, Vol 57, 353-384.
- Hamilton, J.D. 1994. *Time Series Analysis*. New Jersey : Princeton University Press.
- Hamilton, J.D. and Susmel, R. 1994. *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Changes in Regime*. *Journal of Econometrics*, Vol 64, 307-333.
- Kim, C.J. and Nelson C.R. 1999. *State Space Models with Regime Switching, Classical and Gibbs Sampling Approaches with Application*. Cambridge, MA: MIT Press.



- Masyhuri, A.K. 2008. *Penerapan Kebijakan Moneter dalam Kerangka Inflation Targeting di Indonesia*. Pusat Pendidikan dan Studi Kebanksentralan Bank Indonesia, Jakarta.
- Safaei, M. 2012. *Maximum Likelihood Estimator for Markov Switching Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model*. Journal of Basic and Applied Scientific Research, 5652-5655.
- Simorangkir, I. 2012. *Kajian Indikator Peringatan Dini Bank Runs di Indonesia: Pendekatan Markov Switching*. Buletin Ekonomi Moneter dan Perbankan.
- Soejoeti, Z. 1987. *Analisis Runtun Waktu*. Jakarta : Karunika.
- Tsay, R. S. 2002. *Analysis of Financial Time Series*. New York : John Wiley and Sons, Inc.,
- Wibowo, D. A., dkk. 2013. *Teknik Peramalan dengan Model Autoregressive Conditional Heteroskedastic (ARCH)*. Buletin Ilmiah Mat.Stat. dan Terapannya, Vol.02, No.2, 71-78.
- Widarjono, A. 2002. *Aplikasi Model ARCH Kasus Tingkat Inflasi di Indonesia*. Jurnal Ekonomi Pembangunan.
- Wijayakusuma, I., dkk. 2012. *Model Nilai Tukar Dolar Singapura terhadap Rupiah Menggunakan Markov Switching ARCH*. Jurnal Seminar Nasional Matematika.